# IM003: Relacões, Sentenças e Pequena_Introdução à Lógica

1. **Relação Matemática – ok1**

   Uma relação matemática é uma associação entre dois conjuntos de elementos, onde cada elemento do primeiro conjunto está relacionado a zero, um ou mais elementos do segundo conjunto. Essa relação pode ser representada de várias maneiras, como através de equações, funções, conjuntos de pares ordenados, gráficos, entre outros. Em essência, é uma forma de descrever como os elementos de um conjunto estão conectados ou se relacionam com os elementos de outro conjunto. Por exemplo, a relação matemática "y é o dobro de x" pode ser expressa pela equação $y = 2x$ onde para cada valor de x, há um valor correspondente de y que é o dobro de x.

2. **Sentença Matemática – ok1**

   Uma sentença matemática é uma afirmação ou expressão que pode ser verdadeira ou falsa, dependendo das condições e dos valores envolvidos. Ela pode conter variáveis, constantes, operadores matemáticos e relações entre eles. As sentenças matemáticas são fundamentais na lógica e na resolução de problemas matemáticos. Elas podem assumir várias formas, como equações, inequações, identidades, teoremas, conjecturas, entre outros.

   Por exemplo, "$2 + 3 = 5$" é uma sentença matemática que é verdadeira, enquanto "$4 > 7$" é uma sentença matemática que é falsa. Essas sentenças podem ser simples ou complexas, mas todas elas descrevem relações ou propriedades matemáticas que podem ser analisadas e manipuladas de acordo com as regras da matemática.

3. **Lógica – ok1**

   Lógica é o estudo dos métodos e princípios usados para distinguir o raciocínio correto do incorreto. Uma das coisas mais importantes que o estudo desses métodos e princípios possibilita, é validar argumentos, a partir da avaliação das premissas e conclusões que formam os argumentos.

   A lógica também se ocupa em verificar a validade de proposições, compostas de duas ou mais proposições mais simples. Validar uma proposição é avaliar se ela é verdadeira (V) ou falsa (F).

## 4. Operadores lógicos, relacionais e símbolos – nok

**Símbolos**

| Símbolo | Significado |
|---|---|
| $=$ | igual |
| $<$ | menor que... |
| $\leq$ | menor o igual que... |
| $>$ | mayor que... |
| $\geq$ | mayor o igual que... |
| $\neq$ | distinto |
| $\approx$ | aproximadamente igual |
| $\equiv$ | idénticamente igual |
| $\pm, \mp$ | más menos / menos más |
| $\Sigma$ | sumatorio |
| $\Pi$ | producto |
| $\forall$ | para todo, cuantif. universal |
| $\exists$ | existe, cuantif. existencial |
| $\Rightarrow$ | implica (si…entonces…) |
| $\Leftrightarrow$ | equivale (si y solo si) |
| $/$ | tal que |
| $\therefore$ | por lo tanto, por consiguiente |
| $\because$ | porque, puesto que |
| $\neg$ | negación |
| $\wedge$ | conjunción ("y", "además") |
| $\vee$ | disyunción ("o") |
| $\infty$ | infinito |
| $:$ | razón |
| $::$ | proporción |

| Símbolo | Significado |
|---|---|
| $\mathbb{N}$ | conjunto de los números naturales |
| $\mathbb{Z}$ | conjunto de los números enteros |
| $\mathbb{Q}$ | conjunto de los números racionales |
| $\mathbb{R}$ | conjunto de los números reales |
| $\mathbb{C}$ | conjunto de los números complejos |
| $\mathbb{R}^+$ | conjunto de los reales positivos |
| $\{a,b,\ldots\}$ | conjunto de elementos a,b,... |
| $\varnothing$ | conjunto vacío |
| $\cap, \bigcap$ | intersección de conjuntos |
| $\cup, \bigcup$ | unión de conjuntos |
| $\subset$ | incluido en el conjunto |
| $\not\subset$ | *no* incluido en el conjunto |
| $\in$ | pertenece a un conjunto |
| $\notin$ | *no* pertenece a un conjunto |
| $A \setminus B,\ A-B$ | conjunto diferencia |
| $\wp(A)$ | conjunto de partes |
| $n(A)$ | cardinal del conjunto |
| $A',\ \overline{A}$ | conjunto complementario de A |
| $A \times B$ | producto cartesiano |
| $\{x \mid x \in P\}$ | todos los $x$ que satisfacen P |
| $\{x : \ldots\}$ | todos los $x$ tales que ... es cierto |
| $(a,b)$ | intervalo abierto |
| $[a,b]$ | intervalo cerrado |
| $[a,b),(a,b]$ | intervalo semiabierto |
| $(a,\infty),[a,\infty)$ | semirrecta derecha |
| $(-\infty,a),(-\infty,a]$ | semirrecta izquierda |
| $(-\infty,\infty)$ | recta real |

| Símbolo | Significado |
|---|---|
| $n!$ | factorial |
| $\lvert x \rvert$ | valor absoluto |
| $\sqrt{\ }$ | raíz cuadrada |
| $\%$ | tanto por ciento |
| ‰ | tanto por mil |
| $\pi$ | número pi, $\pi = 3,1415\ldots$ |
| $e$ | número e, $e = 2,7182\ldots$ |
| $\phi$ | número fi (áureo), $\phi = 1,6180\ldots$ |
| $\parallel$ | paralelo |
| $\perp$ | perpendicular |
| $\measuredangle$ | ángulo |
| $\binom{m}{n}$ | número combinatorio |
| $C_m^n$ | Combinaciones |
| $P_m$ | permutaciones |
| $V_m^n$ | variaciones |
| $\log$ | logaritmo decimal |
| $\log_a$ | logaritmo de base a |
| $\ln$ | logaritmo neperiano (base $e$) |
| $\sin\alpha$ | seno de $\alpha$ |
| $\cos\alpha$ | coseno de $\alpha$ |
| $\tan\alpha$ | tangente de $\alpha$ |
| $\cot\alpha$ | cotangente $\alpha$ |
| $\sec\alpha$ | secante $\alpha$ |
| $\csc\alpha$ | cosecante $\alpha$ |
| $(a_n)$ | sucesión con término n-ésimo |
| $\Delta$ | incremento |
| $\sigma$ | desviación típica |

| Símbolo | Significado |
|---|---|
| $f', y', \frac{dy}{dx}$ | derivada |
| $x \to c$ | x tiende a c |
| $\lim\limits_{x \to c}$ | límite cuando x tiende a c |
| $\int$ | signo de integral |
| $A_{m \times n}$ | matriz A de dimensión mxn |
| $A_m$ | matriz cuadrada de orden m |
| $a_{ij}$ | elementos $a_{ij}$ de una matriz |
| $\operatorname{rang} A$ | rango de una matriz |
| $A^T$ | matriz transpuesta |
| $A^{-1}$ | matriz inversa |
| $\lvert A \rvert,\ \det A$ | determinante de una matriz |
| $f : X \to Y$ | función, aplicación |
| $[x]$ | parte entera |
| $\circ$ | composición de funciones |
| $f^{-1}$ | función inversa |
| $i$ | unidad imaginaria, $i^2 = -1$ |
| $\operatorname{Re} z$ | parte real de un número complejo |
| $\operatorname{Im} z$ | parte imaginaria de un complejo |
| $\lvert z \rvert$ | módulo de un número complejo |
| $\bar{z}$ | conjugado de un complejo |
| $\operatorname{Arg} z$ | argumento de un complejo |
| $Ox, Oy, Oz$ | ejes de coordenadas |
| $\vec{v}$ | vector |
| $\lvert \vec{v} \rvert$ | módulo de un vector |
| $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ | base ortonormal en un espacio |
| $\vec{a} \cdot \vec{b}$ | producto escalar de vectores |
| $\vec{a} \times \vec{b}$ | producto vectorial de vectores |

(**REFAZER ESTA TABELA!!!**)

## 5. Tabela verdade e simbologias - ok1

Uma tabela verdade é uma tabela usada em problemas de lógica. Ela é composta da seguinte forma.

Nas linhas estarão listadas:

- todas as combinações possíveis de valores de um conjunto de variáveis (cada uma em uma coluna da tabela) sendo que cada variável pode possuir apenas dois valores. No lugar das variáveis pode haver proposições (afirmações), onde cada uma delas pode ser falsa ou verdadeira e
- os resultados, associados a cada possibilidade, colocados ao final de cada linha (na última coluna), definidos pela condição imposta às combinações de valores das variáveis ou proposições.

**Exemplo 1**: Construção de uma tabela, considerando apenas as possibilidades de combinação de valores das variáveis, sem pensar em resultados, ou seja, sem impor uma condição às combinações de valores para definir resultados, que se existissem, seriam colocados na última coluna.

Imagine uma luminária com soquetes para 3 lâmpadas de led, com um interruptor para cada uma. Para este caso, pela ação nos interruptores, ligando-os ou desligando-os, é possível construir a seguinte tabela de possibilidades:

| Lâmpada 1 | Lâmpada 2 | Lâmpada 3 |
|---|---|---|
| Desligada | Desligada | Desligada |
| Desligada | Desligada | Ligada |
| Desligada | Ligada | Desligada |
| Desligada | Ligada | Ligada |
| Ligada | Desligada | Desligada |
| Ligada | Desligada | Ligada |
| Ligada | Ligada | Desligada |
| Ligada | Ligada | Ligada |

**Exemplo 2**: Construção de tabela verdade completa, ou seja, incluindo os resultados definidos em função da condição dada.

Imagine, agora, a mesma luminária do exemplo 1, com todos os interruptores na posição "ligada". Esta luminária será usada para testar vários trios de lâmpadas, e o resultado de cada teste será OK somente se for satisfeita a condição de que as três lâmpadas estejam OK. Neste caso, a tabela verdade será a seguinte:

| **Lâmpada 1** | **Lâmpada 2** | **Lâmpada 3** | **Resultado** |
|---|---|---|---|
| OK | OK | OK | OK |
| OK | OK | NOK | NOK |
| OK | NOK | OK | NOK |
| OK | NOK | NOK | NOK |
| NOK | OK | OK | NOK |
| NOK | OK | NOK | NOK |
| NOK | NOK | OK | NOK |
| NOK | NOK | NOK | NOK |

Como já vimos, a lógica também se ocupa em verificar a validade de proposições, compostas de duas ou mais proposições mais simples.

Validar uma proposição é avaliar se ela é verdadeira (V) ou falsa (F).

Na análise a ser realizada, deve-se levar em conta como as premissas mais simples estão conectadas dentro da premissa composta. É isso que vai definir a condição que deve ser satisfeita pelas variáveis para estabelecer os resultados.

É importante salientar que sempre, uma premissa simples falsa invalida uma premissa composta. Isso poderá ser visto nos exemplos a seguir, nos quais a validade das premissas compostas, formadas por duas premissas mais simples, será avaliada com o uso da tabela verdade, com o resultado colocado na última coluna da tabela.

**Exemplo 3**: João é alto **e** Maria é baixa.

Na montagem da tabela é necessário considerar todas as possíveis combinações de valores das premissas simples.

| **P1: João é alto** | **P2: Maria é baixa** | **Resultado (Em símbolos: P1^P2)** |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | F |

Considerando a forma com que as premissas simples estão conectadas, através da conjunção "**e**" (símbolo **^**), resultado é que a premissa composta só será válida se as duas premissas simples forem verdadeiras. A conjunção e obriga que as duas premissas simples sejam verdadeiras, ao mesmo tempo.

**Exemplo 4**: Pedro é alto **ou** Joana é loira.

Da mesma forma que no exemplo anterior, serão considerados todas as possíveis combinações de valores das premissas simples.

| P1: Pedro é alto | P2: Joana é loira | Resultado (Em símbolos: P1**v**P2) |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | F |

Considerando a forma com que as premissas simples estão conectadas, através da conjunção "**ou**", o resultado é que a premissa composta só não será válida se as duas premissas simples forem falsas. O uso da conjunção "ou" na premissa composta, faz com que ela seja verdadeira se qualquer uma das duas premissas simples forem verdadeiras ou se ambas forem verdadeiras.

**<u>Exemplo 5</u>**: **Se** Pedro é **alto**, então Joana é ruiva.

| H1: Pedro é alto | C2: Joana é ruiva | Resultado<br>(Em símbolos: P1 ➔ P2) |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | F |

Neste caso, as premissas simples estão conectadas, através da relação de implicação "**se**", "**então**". A primeira premissa "Pedro é alto" é chamada de <u>hipótese</u> e a segunda "Joana é ruiva" é chamada de <u>conclusão</u>. Sob o ponto de vista da lógica, para este caso, e outros similares, o resultado é que a premissa composta só não será válida se uma hipótese verdadeira implicar em uma conclusão falsa. Para todos os outros casos, a premissa composta é verdadeira.

**<u>Exemplo 6</u>**: João fica feliz **se**, **e somente se**, Maria sorri

| **P1: João fica feliz** | **P2: Maria sorri** | **Resultado<br>(Em símbolos: P1 ← ➔ P2)** |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | V |

Neste caso, as premissas simples estão conectadas, através da relação de implicação "**se**", "**e somente se**". Esta forma de conexão entre as premissas simples faz com que o resultado seja verdadeiro nos casos em que elas são ambas verdadeiras ou ambas falsas.

Dentro de uma tabela verdade, seja ela formada por variáveis com dois valores (Ligado/Desligado, OK/NOK, etc.) ou premissas simples (verdadeiras ou falsas), a quantidade de combinações possíveis é 2 elevado à quantidade de variáveis ou premissas.

| Quantidade de variáveis ou premissas | Quantidade de possibilidades de combinação na tabela verdade |
| --- | --- |
| 1 | 2 |
| 2 | 4 |
| 3 | 8 |
| .<br>.<br>. | |
| n | $2^n$ |