

IM004: Sistemas de Numeração

1. Introdução – ok1	2
2. Os Sistemas de Numeração e suas Bases – ok1.....	3
3. O Sistemas Decimal – ok1	4
4. Os Sistemas Binário, Octal e Hexadecimal (Sistema B, O, H) – ok1..	5
5. Conversão de Decimal para Binário, Octal e Hexadecimal – ok1.....	6

1. Introdução – ok1

Quando pensamos em um sistema de numeração, uma das coisas que nos vem à cabeça são as palavras número e numeral. E qual é a diferença entre elas?

Número: É uma ideia ou conceito matemático que representa uma quantidade ou valor de alguma grandeza.

Numeral: É um símbolo ou agrupamento de símbolos usado para representar as quantidades. Uma mesma quantidade pode ser representada por vários tipos de numeral. Os símbolos isolados são chamados de algarismos ou dígitos.

A tabela abaixo mostra as várias maneiras de representar quantidades ou valores em diferentes tipos de sistemas.

Quantidade	Numeral no sistema decimal escrito por extenso	Numeral no sistema de numeração Hindu-Arábico Decimal	Numeral no sistema de numeração Romano	Numeral no sistema Binário	Numeral no sistema Hexadecimal
Um	Um	1	I	1	1
Dois	Dois	2	II	10	2
Três	Três	3	III	11	3
Quatro	Quatro	4	IV	100	4
Cinco	Cinco	5	V	101	5
Seis	Seis	6	VI	110	6
Sete	Sete	7	VII	111	7
Oito	Oito	8	III	1000	8
Nove	Nove	9	IX	1001	9
Dez	Dez	10	X	1010	10
Onze	Onze	11	XI	1011	A
Doze	Doze	12	XII	1100	B
Treze	Treze	13	XIII	1101	C
Quatorze	Quatorze	14	XIV	1110	D
Quinze	Quinze	15	XV	1111	E
Dezesseis	Dezesseis	16	XV1	10000	F

2. Os Sistemas de Numeração e suas Bases – ok1

Quando mencionamos um sistema de numeração baseado em numerais Hindo-Arábicos, é importante mencionar a base desse sistema de numeração.

A base de um sistema de numeração, também conhecida como base numérica, é a quantidade dos diferentes símbolos que são usados para representar quaisquer valores dentro desse sistema. Ela é fundamental para entender como os números são representados e manipulados dentro desse sistema e como os valores são contados, agrupados e combinados para formar números maiores.

A tabela abaixo mostra um os sistemas de numeração mais usados.

Sistema de Numeração	Quantidade de símbolos = Base	Símbolos
Decimal	10	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9
Binário	2	0 e 1
Octal	8	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7
Hexadecimal	16	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E e F

3. O Sistema Decimal – ok1

O sistema de numeração decimal é um sistema de base 10, porque utiliza 10 símbolos diferentes para representar valores: os algarismos de 0 a 9. Esse sistema é o mais utilizado e familiar em todo o mundo.

O sistema decimal é posicional: isso significa que o valor de cada algarismo depende da posição em que ele se encontra no número. O algarismo mais à direita representa as unidades, o próximo à esquerda representa dezenas, depois centenas, e assim por diante.

Cada posição em que se encontra o algarismo está associada a uma "potência da base". Para calcular o "valor dessa posição" é necessário multiplicar o algarismo, que se encontra nessa posição, pela potência da base associada.

No sistema decimal, a base é 10 e como já dissemos anteriormente, a base é a quantidade de símbolos de um dado sistema de numeração. Sendo que essa quantidade, a base, deve ser expressa de acordo com o sistema em que ela se encontra. Então, no sistema decimal, o número que expressa a quantidade de 10 símbolos (0, 1, 2, 3, . . ., 9) desse sistema é o número 10.

Vamos dar um exemplo com o número 984.

$$984 = 9 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 4 \times 10^0 = 900 + 80 + 4 = 984$$

As potências usadas para elevar as bases crescem da direita para a esquerda, de um em um, a partir do zero.

4. Os Sistemas Binário, Octal e Hexadecimal (Sistema B, O, H) – ok1

Como já vimos, os sistemas de numeração binário, octal e hexadecimal, utilizam, respectivamente, 2, 8 e 16 símbolos diferentes.

Esses sistemas são, também posicionais, dado que o valor de cada algarismo, ou dígito, depende da posição em que ele se encontra no número. Este, por sua vez, sendo composto de vários algarismos, é definido pela soma dos valores associados a cada posição ou a cada algarismo, sendo o algarismo mais à direita o menos significativo e o mais à esquerda o mais significativo. Então,

Valor do número = Valor da posição n + Valor da posição n-1 + . . . + Valor da posição 2 + Valor da posição 1

Os valores das posições são calculados da seguinte forma:

Valor da posição n = Algarismo da posição n x (base dos sistemas B, O, H)^{Potência associada à posição n}, sendo que a potência associada à posição n, vale n-1;

.
. .
.

Valor da posição 1 = Algarismo da posição 1 x (base dos sistemas B, O, H)^{Potência associada à posição 1}, sendo que a potência associada à posição 1, vale 1 - 1 = 0;

Nos sistemas B, H, O, as bases 2, 8 e 16, as quantidades de símbolos, de cada um deles, devem ser expressas de acordo com o sistema em que se encontram. Mas a forma de representar essas quantidades nos 3 sistemas é a mesma, 10 (quantidade 2 em Binário, 8 em Octal e 16 em Hexadecimal)

Exemplos:

- Binário 1011 = $1x(10)^3 + 0x(10)^2 + 1x(10)^1 + 1x(10)^0 = 1000 + 0 + 10 + 1 = 1011$;
- Octal 765 = $7x(10)^2 + 6x(10)^1 + 5x(10)^0 = 700 + 60 + 5 = 765$ e
- Hexadecimal FA9 = $Fx(10)^2 + Ax(10)^1 + 9x(10)^0 = F00 + A0 + 9 = FA9$

As potências usadas para elevar as bases crescem da direita para a esquerda, de um em um, a partir do zero.

5. Conversão de Decimal para Binário, Octal e Hexadecimal – ok1

Conversão de Decimal para Octal.

A sequência dos números octais pode ser vista na tabela abaixo.

Quantidade	Número Decimal	Número Octal
0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	10
9	9	11
10	10	12
11	11	13
12	12	14
13	13	15
14	14	16
15	15	17
16	16	20
...
100	100	144
101	101	145
102	102	146
103	103	147

Os números de 0 a 7 são os mesmos nos dois sistemas, para expressar a mesma quantidade.

A partir da quantidade 8, começam as diferenças. Em decimal o número fica 8 e em octal fica 10. Esse 10 em octal, vem na sequência lógica da contagem, bem como os números mais próximos da sequência, 11, 12, 13, etc.

Então, como fica o método para converter um número decimal de octal?

Para responder essa questão, vamos fazer alguns cálculos com alguns números decimais, a partir do 8.

- Decimal **8**:
 - Se dividirmos 8 por 8, teremos: $8/8 \rightarrow$ quociente₁ = 1 e o resto₁ é **0**
 - Se pegarmos o quociente₁ = 1 e o dividirmos por 8, teremos: $1/8 \rightarrow$ quociente₂ = 0 e o resto₂ é **1**;
- Decimal **9**:
 - Se dividirmos 9 por 8, teremos: $9/8 \rightarrow$ quociente₁ = 1 e o resto₁ é **1**
 - Se pegarmos o quociente₁ = 1 e o dividirmos por 8, teremos: $1/8 \rightarrow$ quociente₂ = 0 e o resto₂ é **1**;
- Decimal **10**:
 - Se dividirmos 10 por 8, teremos: $10/8 \rightarrow$ quociente₁ = 1 e o resto₁ é **2**
 - Se pegarmos o quociente₁ = 1 e o dividirmos por 8, teremos: $1/8 \rightarrow$ quociente₃ = 0 e o resto₃ é **1**;

OBS: para qualquer que seja o número decimal, a o processo vai até o ponto em que obtém um quociente igual a 0.

Os valores de todos os restos nos 3 casos acima temos:

- Quantidade 8: o resto₁ = **0** e o resto₂ = **1**
- Quantidade 9: o resto₁ = **1** e o resto₂ = **1**
- Quantidade 10: o resto₁ = **2** e o resto₂ = **1**

Hora, se pegarmos os restos relacionados aos vários números decimais, sempre menores ou iguais a 7, e fizermos uma composição adequada, colocando o primeiro resto (resto₁) na posição menos significativa e último resto (resto₂) na posição mais significativa, teremos encontrado o resultado da conversão do número decimal para octal. Ver tabela abaixo.

Quantidade	Número Decimal	Resto ₂	Resto ₁	Número Octal
8	8	1	0	10
9	9	1	1	11
10	10	1	2	12

Resumindo, o método, ou algoritmo acima, é usado para a conversão de um número decimal para octal. As sucessivas divisões devem ser feitas até que o quociente 0 seja atingido, sendo que o primeiro resto obtido é o algarismo da posição menos significativa e o último é o da posição mais significativa.

Exemplo. Como fica a representação do número decimal **137** em octal?

Usando o algoritmo acima temos:

- Se dividirmos 137 por 8, teremos: $137/8 \rightarrow$ quociente₁ = 17 e o resto₁ é **1**
- Se pegarmos o quociente₁ = 17 e o dividirmos por 8, teremos: $17/8 \rightarrow$ quociente₂ = 2 e o resto₂ é **1**;
- Se pegarmos o quociente₁ = 17 e o dividirmos por 8, teremos: $2/8 \rightarrow$ quociente₃ = 0 e o resto₃ é **2**;

Quantidade	Número Decimal	Resto ₃	Resto ₂	Resto ₁	Número Octal
137	137	2	1	1	211

Para as conversões de decimal para binário um raciocínio semelhante pode ser usado.

Conversão de Decimal para Hexadecimal.

A sequência dos números hexadecimais pode ser vista na tabela abaixo.

Quantidade	Número Decimal	Número Octal
0	0	0
.	.	.
.	.	.
.	.	.
9	9	9
10	10	A
11	11	B
12	12	C
13	13	D
14	14	E
15	15	F
16	16	10
17	18	11
19	19	12
20	20	13
21	21	14
22	22	15
...
100	100	64
101	101	65
102	102	66
103	103	67

Os números de 0 a 9 são os mesmos nos dois sistemas, para expressar a mesma quantidade.

A partir da quantidade 9, começam as diferenças. Em decimal o número fica 10 e em hexadecimal fica A. Esse A em hexadecimal, vem na sequência lógica da contagem, bem como os números mais próximos da sequência, B, C, D, E, etc.

Então, como fica o método para converter um número decimal de octal?

Para responder essa questão, vamos fazer alguns cálculos com alguns números decimais, a partir do 16.

- Decimal **16**:
 - Se dividirmos 16 por 16, teremos: $16/16 \rightarrow$ quociente₁ = 1 e o resto₁ é **0**;
 - Se pegarmos o quociente₁ = 1 e o dividirmos por 16, teremos: $1/16 \rightarrow$ quociente₂ = 0 e o resto₂ é **1**;
- Decimal **17**:
 - Se dividirmos 17 por 16, teremos: $17/16 \rightarrow$ quociente₁ = 1 e o resto₁ é **1**
 - Se pegarmos o quociente₁ = 1 e o dividirmos por 8, teremos: $1/16 \rightarrow$ quociente₂ = 0 e o resto₂ é **1**;
- Decimal **18**:
 - Se dividirmos 18 por 16, teremos: $18/16 \rightarrow$ quociente₁ = 1 e o resto₁ é **2**
 - Se pegarmos o quociente₁ = 1 e o dividirmos por 16, teremos: $1/8 \rightarrow$ quociente₃ = 0 e o resto₃ é **1**;

OBS: para qualquer que seja o número decimal, a o processo vai até o ponto em que obtém um quociente igual a 0.

Os valores de todos os restos nos 3 casos acima temos:

- Quantidade 16: o resto₁ = **0** e o resto₂ = **1**
- Quantidade 17: o resto₁ = **1** e o resto₂ = **1**
- Quantidade 18: o resto₁ = **2** e o resto₂ = **1**

Hora, se pegarmos os restos relacionados aos vários números decimais, sempre menores ou iguais a 16, e fizermos uma composição adequada, colocando o primeiro resto obtido (resto₁) na posição menos significativa e último resto (resto₂) na posição mais significativa, teremos encontrado o resultado da conversão do número decimal para octal. Ver tabela abaixo.

Quantidade	Número Decimal	Resto ₂	Resto ₁	Número Hexadecimal
16	16	1	0	10
17	17	1	1	11
18	18	1	2	12

Resumindo, o método, ou algoritmo acima, é usado para a conversão de um número decimal para hexadecimal. As sucessivas divisões devem ser feitas até que o quociente 0 seja atingido, sendo que o primeiro resto obtido é o algarismo da posição menos significativa e o último é o da posição mais significativa.

Exemplo. Como fica a representação do número decimal **137** em hexadecimal?

Usando o algoritmo acima temos:

- Se dividirmos 137 por 16, teremos: $137/16 \rightarrow$ quociente₁ = 8 e o resto₁ é **9**
- Se pegarmos o quociente₁ = 8 e o dividirmos por 16, teremos: $8/16 \rightarrow$ quociente₂ = 0 e o resto₂ é **8**;

Quantidade	Número Decimal	Resto ₂	Resto ₁	Número Hexadecimal
137	137	8	9	89