IM013 – Equações, Inequações e Sistemas de Equações

1. Introdução 2
2. Equação de 1º Grau e Como Resolver (raízes)............................. 4
3. Equação de 2º Grau e Como Resolver por Meio de Baskhara e Soma e Produto (Fatoração).. 5
4. Inequações 6
5. Sistema de Equações Lineares.. 8
6. Resolução de Sistemas por Substituição.......................................11
7. Resolução de Sistemas por Adição..13
8. Resolução de Sistemas por Escalonamento.................................15
9. Classificação de Solução de Sistemas de Equações 18
10. Sistema de Inequações Lineares 19

1. Introdução

- **Equações**: Equações são expressões matemáticas que relacionam duas quantidades, indicando que elas são iguais. Elas consistem em uma ou mais incógnitas, representadas por letras, e envolvem operações matemáticas como adição, subtração, multiplicação e divisão. O objetivo ao resolver uma equação é encontrar os valores das incógnitas que a tornam verdadeira. Existem equações de primeiro grau, onde as incógnitas têm expoente 1, e equações de segundo grau, com expoente 2. As soluções de uma equação podem ser únicas, infinitas ou inexistentes, dependendo da natureza da equação. A resolução de equações é uma habilidade fundamental na matemática e tem aplicações em diversas áreas, como física, engenharia, economia e ciências naturais.
- **Inequações**:
  Inequações são expressões matemáticas que estabelecem uma relação de desigualdade entre duas expressões algébricas, utilizando símbolos como "<" (menor que), ">" (maior que), "<=" (menor ou igual a) e ">=" (maior ou igual a). Assim como as equações, as inequações envolvem variáveis (incógnitas) e operações matemáticas. Existem diversos tipos de inequações, tais como inequações lineares, quadráticas, racionais, modulares, entre outras. A solução de uma inequação é o conjunto de valores para os quais a desigualdade é verdadeira. Esses conjuntos podem ser intervalos na reta numérica ou conjuntos de valores específicos. Ao resolver inequações, é necessário considerar as propriedades das operações matemáticas e aplicar regras específicas para cada tipo de inequação. O estudo das inequações é essencial em diversas áreas da matemática aplicada, incluindo otimização, análise de sistemas, e modelagem de situações do mundo real onde as relações de desigualdade são relevantes.
- **Sistemas de equações**: Sistemas de equações são conjuntos de duas ou mais equações que compartilham variáveis em comum. Essas equações são analisadas simultaneamente para encontrar os valores das variáveis que satisfazem todas as condições impostas pelo sistema. Existem diferentes tipos de sistemas de equações, sendo os mais comuns os sistemas lineares e os sistemas não lineares.
  - **Sistemas Lineares:** Todas as equações do sistema são lineares, ou seja, as variáveis têm expoentes iguais a 1.

Esses sistemas podem ser resolvidos por métodos como substituição, eliminação ou matriz inversa.

- **Sistemas Não Lineares:** Pelo menos uma das equações do sistema contém uma variável elevada a um expoente diferente de 1. A solução desses sistemas pode envolver métodos mais complexos, como métodos iterativos ou gráficos.

A solução de um sistema de equações pode ser única (um ponto de interseção), infinita (linhas coincidentes ou sobrepostas) ou inexistente (linhas paralelas que não se encontram). A representação gráfica dos sistemas fornece uma visualização útil das soluções.

Métodos algébricos, como substituição, eliminação, e álgebra matricial, são frequentemente utilizados para resolver sistemas de equações. Esses sistemas são fundamentais em diversas disciplinas, incluindo física, engenharia, economia e ciências aplicadas, onde modelar e resolver conjuntos de relações simultâneas é uma parte essencial da análise e tomada de decisões.

2. Equação de 1º Grau e Como Resolver (raízes)

Equações do primeiro grau são expressões matemáticas lineares nas quais a variável (incógnita) tem um expoente igual a 1. Elas são representadas na forma $ax + b = 0$, onde a e b são constantes e x é a variável. A solução de uma equação do primeiro grau é o valor numérico da variável que a torna verdadeira. Por exemplo, neste caso $x = -b/a$

O processo de resolução de equações do primeiro grau envolve operações algébricas para isolar a variável x. As operações comuns incluem adição, subtração, multiplicação e divisão. A solução única é encontrada ao aplicar essas operações de maneira adequada às expressões da equação.

É importante notar que equações do primeiro grau podem ter uma única solução (p. ex. $2x - 10 = 0$, onde $x = 2$), soluções infinitas (quando a equação é uma identidade, p. ex., $2x - 10 = 2x - 10$) ou nenhuma solução (quando a equação é contraditória, p. ex. $2x - 10 = 2x - 11$).

3. Equação de 2º Grau e Como Resolver por Meio de Baskhara e Soma e Produto (Fatoração)

Uma equação é de segundo grau na variável x, se puder ser escrita na forma $ax^2 + bx + c = 0$, 0, onde a, b e c são números reais conhecidos e chamados coeficientes, onde $a \neq 0$ e x é um número real desconhecido ou incógnita (também pode ser denominado variável).

As equações de 2º grau são também denominadas Equações Quadráticas.

Como exemplos, podemos escrever as equações na variável x:

1) $3x^2 - 7x + 2 = 0$ é uma equação de 2º grau na variável x, onde $a = 3$, $b = -7$ e $c = 2$.

2) $x^2 + 11x = 0$ é equação de 2º grau em x, e $a = 1$, $b = 11$ e $c = 0$.

3) $-13x^2 = 0$ é equação de 2º grau em x, e $a = -13$, $b = 0$ e $c = 0$.

Para resolvermos uma destas equações, recorremos à fórmula de Báscara, que se resume ao seguinte:

$ax^2 + bx + c = 0$, com a, b e c reais e $a \neq 0$, então: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

EXEMPLO:

Resolva as equações em $\mathbb{R}$: $3x^2 - 4x + 1 = 0$

Temos uma equação completa onde a =3, b = -4 e c = 1. Se utilizarmos a fórmula famosa, teremos:

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1}}{2 \cdot 3} = \frac{+4 \pm \sqrt{16 - 12}}{6} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{6} = \begin{cases} x' = \frac{6}{6} = 1 \\ x'' = \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Portanto, o conjunto Verdade procurado é: $V = \left\{\frac{1}{3}, 1\right\}$.

PROPRIEDADE:

A fórmula de Báscara, que utilizamos para a obtenção das raízes de equações de 2º grau, possui um radicando a que damos a denominação de Discriminante e usamos para ele o símbolo Δ.

Assim, poderíamos escrever que $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$, onde $\Delta = b^2 - 4ac$.

Por outro lado, você deve ter percebido que há equações de 2º grau que possuem duas raízes diferentes, há as que apresentam duas raízes iguais, e ainda aquelas cujas raízes não pertencem aos números reais, e estas condições em que elas se apresentam são decorrentes dos valores que o discriminante apresenta, conforme o seguinte quadro:

Existência das raízes de uma equação de 2º grau

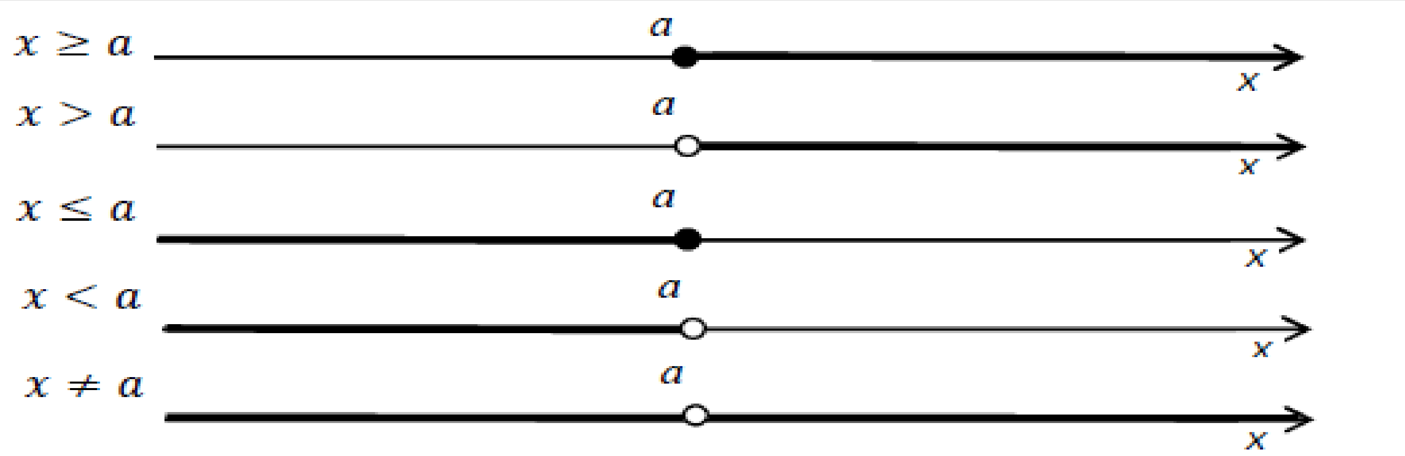
$\Delta > 0 \Leftrightarrow \exists x_1 \neq x_2 \in R$ (Existem raízes reais diferentes)

$\Delta = 0 \Leftrightarrow \exists x_1 = x_2 \in R$ (Existem raízes reais iguais)

$\Delta < 0 \Leftrightarrow x_1 e..x_2 \notin R$ (As raízes não são números reais)

4. Inequações

Uma desigualdade é uma relação entre duas expressões matemáticas onde uma delas é maior ou menor que a outra, ou diferente da outra. Dados dois números reais *x* e *a*, as desigualdades podem ser reduzidas a um dos cinco casos mostrados abaixo.



Uma desigualdade dá origem a uma inequação toda vez que o valor de ao menos um dos elementos for desconhecido. Por exemplo, a fim de indicar que um número somado com o número 2 dá um número maior que 5, pode-se escrever a fórmula $x + 2 > 5$ (ler "*x mais* 2 *é maior que* 5")

Propriedades da desigualdade:

- A desigualdade não se altera ao adicionar ou subtrair o mesmo valor de ambos os membros (válida para sinais de >, <, ≠, etc.). Se $b>a$, então adicionando um mesmo valor a cada um dos membros a desigualdade segue válida, ou seja, se é verdade que $b>a$, então $b+c>a+c$ também é verdade. Para a desigualdade 6 > 4, se somarmos 2 aos dois membros, temos, 6 + 2 > 4 + 2, 8 > 4.
- A desigualdade não se altera quando ambos os membros são multiplicados ou divididos por uma grandeza positiva (válida para sinais de >, <, ≠, etc.). Para a desigualdade 6 > 4, se multiplicarmos ambos os membros por 2, temos 2.6 > 2.4, 12 > 8. Se dividirmos ambos os membros por 2, temos 6/2 > 4/2, 3 > 2.
- Uma desigualdade <u>muda de sentido</u> quando ambos os membros são multiplicados ou divididos por uma grandeza negativa (válida para sinais de >, <). Para a desigualdade 6 > 4, se multiplicarmos ambos os membros por -2, temos -2.6 < -2.4, -12 < -8. Se dividirmos ambos os membros por -2, temos 6/(-2) < 4/(-2), -3 < -2

Chamamos inequação do primeiro grau aquela em que a variável que se deseja isolar aparece como uma potência de primeiro grau.

Resolve-se uma inequação usando as mesmas estratégias de isolamento da incógnita de uma equação, com uma única e importante diferença: quando multiplicamos ou dividimos por um número negativo, é preciso inverter o sentido da desigualdade, conforme visto anteriormente.

Exemplo, $3x + 5 > 2x - 10 \Rightarrow 3x - 2x > -10 - 5 \Rightarrow x > -15$.

5. Sistema de Equações Lineares

Sistemas Lineares são conjuntos de equações lineares, associadas entre si, que apresentam, como exemplo, a forma a seguir:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + y + 3z = 5 \\ 5x + 4y + 2z = 10 \end{cases}$$

A chave do lado esquerdo é o símbolo usado para sinalizar que as equações fazem parte de um sistema. Estes sistemas podem possuir um número variado de equações e incógnitas.

Vamos escrever um sistema de 3 equações e 3 incógnitas, de forma genérica, para identificar algumas matrizes associadas a eles:

$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$

$a_2x + b_2y + c_2z = d_2$

$a_3x + b_3y + c_3z = d_3$

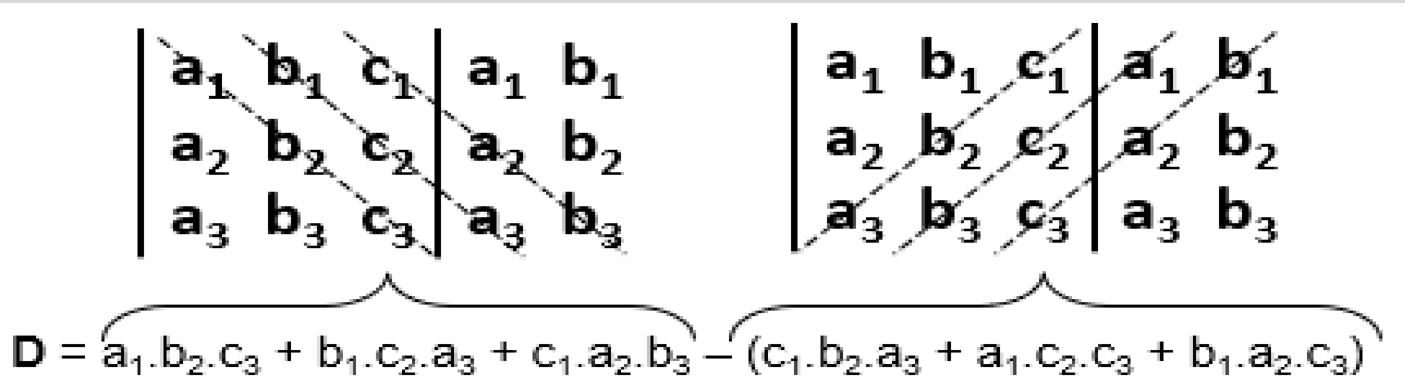
- Solução de sistemas de equações pela regra de Cramer:
  - Matriz do sistema:

    $\mathbf{a_1}\ \ \mathbf{b_1}\ \ \mathbf{c_1}$

    $\mathbf{a_2}\ \ \mathbf{b_2}\ \ \mathbf{c_2}$

    $\mathbf{a_3}\ \ \mathbf{b_3}\ \ \mathbf{c_3}$

    Cujo determinante **D** é: $a_1.b_2.c_3 + b_1.c_2.a_3 + c_1.a_2.b_3 - (c_1.b_2.a_3 + a_1.b_3.c_2 + b_1.a_2.c_3)$



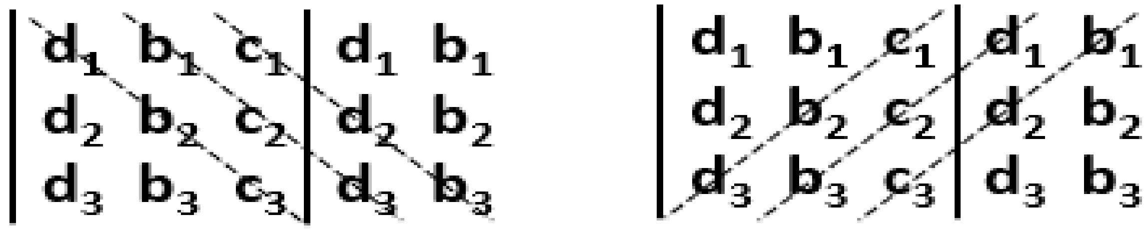
○ Matriz de **x**:

d_1 b_1 c_1

d_2 b_2 c_2

d_3 b_3 c_3

Cujo determinante **D_x** é: $d_1.b_2.c_3 + b_1.c_2.d_3 + c_1.d_2.b_3 - (c_1.b_2.d_3 + d_1.b_3.c_2 + b_1.d_2.c_3)$



$$D_x = \overbrace{d_1.b_2.c_3 + b_1.c_2.d_3 + c_1.d_2.b_3} - \overbrace{(c_1.b_2.d_3 + d_1.c_2.b_3 + b_1.d_2.c_3)}$$

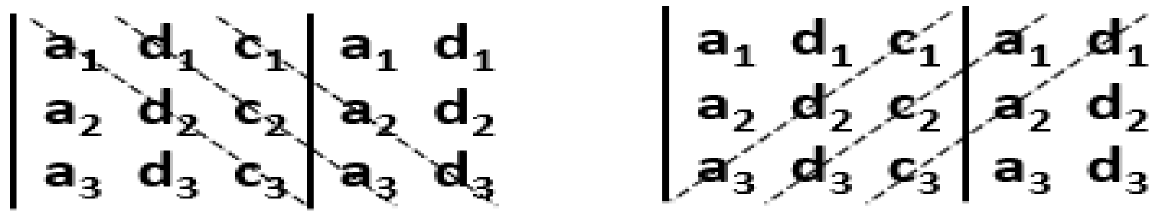
○ Matriz de **y**:

a_1 d_1 c_1

a_2 d_2 c_2

a_3 d_3 c_3

Cujo determinante **D_y** é: $a_1.d_2.c_3 + d_1.c_2.a_3 + c_1.a_2.d_3 - (c_1.d_2.a_3 + a_1.d_3.c_2 + d_1.a_2.c_3)$



$$D_y = \overbrace{a_1.b_2.c_3 + b_1.c_2.a_3 + c_1.a_2.b_3} - \overbrace{(c_1.d_2.a_3 + a_1.c_2.d_3 + d_1.a_2.c_3)}$$

○ Matriz de **z**:

a_1 b_1 d_1

a_2 b_2 dc_2

a_3 b_3 d_3

Cujo determinante **D_z** é: $a_1.b_2.d_3 + b_1.d_2.a_3 + d_1.a_2.b_3 - (d_1.b_2.a_3 + a_1.b_3.d_2 + b_1.a_2.d_3)$

$$\left|\begin{matrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{matrix}\right| \begin{matrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{matrix} \qquad \left|\begin{matrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{matrix}\right| \begin{matrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{matrix}$$

$$D_z = \underbrace{a_1.b_2.d_3 + b_1.d_2.a_3 + d_1.a_2.b_3}\, - \underbrace{(d_1.b_2.a_3 + a_1.d_2.b_3 + b_1.a_2.d_3)}$$

Cálculo dos valores de **x**, **y** e **z**:

$\mathbf{x} = \mathbf{D/D_x} = [a_1.b_2.c_3+b_1.c_2.a_3+c_1.a_2.b_3 - (c_1.b_2.a_3+a_1.b_3.c_2+b_1.a_2.c_3)]/[d_1.b_2.c_3+b_1.c_2.d_3+c_1.d_2.b_3 - (c_1.b_2.d_3+d_1.b_3.c_2+ b_1.d_2.c_3)]$

$\mathbf{y} = \mathbf{D/D_y} = [a_1.b_2.c_3+b_1.c_2.a_3+c_1.a_2.b_3-(c_1.b_2.a_3+a_1.b_3.c_2+b_1.a_2.c_3)]/[a_1.d_2.c_3+d_1.c_2.a_3+c_1.a_2.d_3-(c_1.d_2.a_3+ a_1.d_3.c_2+d_1.a_2.c_3)]$

$\mathbf{y} = \mathbf{D/D_z} = [a_1.b_2.c_3+b_1.c_2.a_3+c_1.a_2.b_3-(c_1.b_2.a_3+a_1.b_3.c_2+b_1.a_2.c_3)]/[a_1.b_2.d_3+b_1.d_2.a_3+d_1.a_2.b_3-(d_1.b_2.a_3 + a_1.b_3.d_2 + b_1.a_2.d_3)]$

- Resolução de sistemas por: substituição, adição, escalonamento (COLOCAR!!)

6. Resolução de Sistemas por Substituição

O método de substituição é uma das técnicas básicas para resolver sistemas de equações lineares. Ele é particularmente útil quando o sistema possui duas ou três equações, mas também pode ser aplicado a sistemas maiores. O método consiste em resolver uma das equações para uma das variáveis e, em seguida, substituir essa expressão na(s) outra(s) equação(ões). Aqui está uma abordagem passo a passo para resolver um sistema de duas equações lineares usando o método de substituição:

Exemplo de Sistema

Vamos considerar o seguinte sistema de duas equações lineares:

$$\begin{cases} 2x + y = 10 \quad (1) \\ x - y = 3 \quad (2) \end{cases}$$

Passo 1: Isolar uma variável em uma das equações

Escolha uma das equações e isole uma das variáveis. Vamos isolar x na segunda equação (2):

$$x = y + 3 \quad (3)$$

Passo 2: Substituir a expressão na outra equação

Substitua a expressão encontrada na equação (3) na outra equação (1). Isso significa substituir x em (1) pela expressão $y + 3$:

$$2(y + 3) + y = 10$$

Passo 3: Resolver a equação resultante

Agora, resolva essa equação para y:

$$\begin{aligned} 2y + 6 + y &= 10 \\ 3y + 6 &= 10 \\ 3y &= 10 - 6 \\ 3y &= 4 \\ y &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

Passo 4: Substituir o valor encontrado na equação isolada

Agora que temos y, substituímos esse valor na equação (3) para encontrar x:

$$x = \frac{4}{3} + 3$$

$$x = \frac{4}{3} + \frac{9}{3} = \frac{13}{3}$$

Passo 5: Escrever a solução do sistema

A solução do sistema é $x = \frac{13}{3}$ e $y = \frac{4}{3}$.

Resumo do Método de Substituição

1. Escolha uma equação e isole uma das variáveis.
2. Substitua a expressão da variável isolada na outra equação.
3. Resolva a equação resultante para encontrar o valor de uma variável.
4. Substitua o valor encontrado na equação isolada para determinar o valor da outra variável.
5. Escreva a solução como um par ordenado (ou tripla, etc., para sistemas maiores).

Resumo do Método de Substituição

1. **Escolha uma equação e isole uma das variáveis.**
2. **Substitua a expressão da variável isolada na outra equação.**
3. **Resolva a equação resultante para encontrar o valor de uma variável.**
4. **Substitua o valor encontrado na equação isolada para determinar o valor da outra variável.**
5. **Escreva a solução como um par ordenado (ou tripla, etc., para sistemas maiores).**

O método de substituição é eficaz e direto para sistemas simples, mas pode se tornar laborioso para sistemas com muitas equações. Nesses casos, outros métodos como eliminação ou uso de matrizes (por exemplo, escalonamento ou regra de Cramer) podem ser mais eficientes.

7. Resolução de Sistemas por Adição

O método de adição (também conhecido como método da soma ou método da eliminação) é uma técnica para resolver sistemas de equações lineares. Esse método é particularmente útil quando se deseja eliminar uma das variáveis somando ou subtraindo as equações do sistema, facilitando a solução das demais variáveis.

Abaixo, segue uma abordagem detalhada do método de adição.

Passos para resolver sistemas pelo método de adição:

1. **Escrever as equações do sistema:**

   Considere um sistema linear com duas equações e duas incógnitas:

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y &= c_1 \quad \text{(Equação 1)} \\ a_2x + b_2y &= c_2 \quad \text{(Equação 2)} \end{aligned}$$

2. **Multiplicar as equações, se necessário:**

   Para eliminar uma das variáveis, pode ser necessário multiplicar uma ou ambas as equações por um valor que torne os coeficientes de uma das variáveis iguais (em módulo). O objetivo é poder somar ou subtrair as equações para eliminar essa variável.

   Exemplo: Se as equações originais forem:

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 7 \\ 4x + 5y &= 11 \end{aligned}$$

   Podemos multiplicar a primeira equação por 2 para igualar os coeficientes de x:

$$\begin{aligned} 4x + 6y &= 14 \quad \text{(Equação 1 modificada)} \\ 4x + 5y &= 11 \quad \text{(Equação 2)} \end{aligned}$$

3. **Somar ou subtrair as equações:**

   Agora, subtraímos a Equação 2 da Equação 1 modificada para eliminar a variável x:

$$\begin{aligned} (4x + 6y) - (4x + 5y) &= 14 - 11 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

4. **Substituir o valor encontrado em uma das equações originais:**
   Com o valor de y encontrado, substituímos em uma das equações originais para encontrar x:

$$2x + 3(3) = 7 \implies 2x + 9 = 7 \implies 2x = -2 \implies x = -1$$

5. **Escrever a solução do sistema:**
   A solução do sistema é $x = -1$ e $y = 3$, ou seja, o par ordenado $(-1, 3)$.

Considerações adicionais:

- **Consistência do sistema:** Se, ao eliminar uma variável, obtivermos uma equação falsa (por exemplo, $0 = 5$), o sistema é inconsistente e não tem solução.
- **Sistema dependente:** Se ao eliminar uma variável, obtivermos uma identidade (por exemplo, $0 = 0$), o sistema é dependente, e existem infinitas soluções.

Exemplo com sistema dependente:

Considere o sistema:

$$\begin{aligned} x + 2y &= 4 \\ 2x + 4y &= 8 \end{aligned}$$

Multiplicando a primeira equação por 2 e subtraindo da segunda:

$$\begin{aligned} (2x + 4y) - (2x + 4y) &= 8 - 8 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

Nesse caso, o sistema é dependente e tem infinitas soluções. A solução geral seria $x = 4 - 2y$.

O método de adição é poderoso e aplicável a sistemas com mais de duas variáveis, bastando seguir a mesma lógica de eliminar variáveis sucessivamente até resolver todo o sistema.

8. Resolução de Sistemas por Escalonamento

O método de escalonamento, também conhecido como método de eliminação de Gauss, é uma técnica sistemática para resolver sistemas de equações lineares. Esse método consiste em transformar o sistema original em um sistema equivalente mais simples, onde a solução pode ser encontrada mais facilmente. A ideia principal é converter a matriz associada ao sistema em uma matriz triangular superior, onde as variáveis podem ser resolvidas de forma direta por substituição regressiva.

Passos para resolver sistemas pelo método de escalonamento:

1. **Escrever o sistema de equações na forma matricial**:

Considere um sistema linear de n equações e n incógnitas:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &\vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n &= b_n \end{aligned}$$

Esse sistema pode ser representado por uma matriz aumentada $[A|B]$, onde A é a matriz dos coeficientes a_{ij} e B é o vetor coluna dos termos independentes b_i:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} & b_n \end{array}\right]$$

2. **Aplicar operações elementares nas linhas da matriz**:

O objetivo é transformar a matriz aumentada em uma matriz triangular superior, onde os elementos abaixo da diagonal principal são todos zeros. Para isso, são aplicadas as seguintes operações elementares:

- Trocar duas linhas de posição.
- Multiplicar uma linha por um escalar diferente de zero.
- Somar a uma linha um múltiplo de outra linha.

Exemplo:

Considere o sistema:

$$\begin{aligned} 2x + 3y + z &= 5 \\ 4x + y - 2z &= -2 \\ 3x + 2y + 4z &= 3 \end{aligned}$$

A matriz aumentada inicial é:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 4 & 1 & -2 & -2 \\ 3 & 2 & 4 & 3 \end{array}\right]$$

Passo 1: Eliminar o termo x da segunda e terceira linhas.

- Multiplicamos a primeira linha por $\frac{4}{2} = 2$ e subtraímos da segunda linha:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & -5 & -4 & -12 \\ 3 & 2 & 4 & 3 \end{array}\right]$$

- Multiplicamos a primeira linha por $\frac{3}{2}$ e subtraímos da terceira linha:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & -5 & -4 & -12 \\ 0 & -2.5 & 2.5 & -4.5 \end{array}\right]$$

Passo 2: Eliminar o termo y da terceira linha.

- Multiplicamos a segunda linha por $\frac{-2.5}{-5} = 0.5$ e subtraímos da terceira linha:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & -5 & -4 & -12 \\ 0 & 0 & 4.5 & 1.5 \end{array}\right]$$

Agora, a matriz está em forma triangular superior.

3. **Resolução por substituição regressiva**:

Com a matriz triangular superior, podemos resolver as variáveis começando da última equação e substituindo progressivamente nas anteriores.

Passo 1: Resolva a última equação:

$$4.5z = 1.5 \implies z = \frac{1.5}{4.5} = \frac{1}{3}$$

Passo 2: Substitua z na segunda equação:

$$-5y - 4\left(\frac{1}{3}\right) = -12 \implies -5y - \frac{4}{3} = -12 \implies -5y = -12 + \frac{4}{3} = -\frac{32}{3} \implies$$

Passo 3: Substitua y e z na primeira equação:

$$2x + 3\left(\frac{32}{15}\right) + \frac{1}{3} = 5 \implies 2x + \frac{96}{15} + \frac{5}{15} = 5 \implies 2x = 5 - \frac{101}{15} \implies x = 1$$

Ao final, obtemos o valor de x, y e z.

Considerações adicionais:

- **Sistema sem solução**: Se durante o escalonamento ocorrer uma linha onde todos os coeficientes são zero e o termo independente não é zero, o sistema é inconsistente (não possui solução).
- **Sistema dependente**: Se ao final do escalonamento uma das equações for uma identidade (ex.: $0 = 0$), então o sistema possui infinitas soluções e é dependente.

O método de escalonamento é muito eficiente para sistemas maiores, sendo a base de muitos algoritmos de resolução de sistemas lineares em álgebra linear computacional.

9. Classificação de Solução de Sistemas de Equações

Para classificar um sistema de equações lineares utilizando o método de Cramer, analisamos os determinantes calculados.

Sistema Possível e Determinado (SPD): quando os determinantes são diferentes de zero.

$$D \neq 0$$
$$Dx \neq 0$$
$$Dy \neq 0$$
$$\ldots$$
$$Dn \neq 0$$

Sistema Possível e Indeterminado (SPI): quando os determinantes são todos iguais a zero.

$$D = 0$$
$$Dx = 0$$
$$Dy = 0$$
$$\ldots$$
$$Dn = 0$$

Sistema Impossível (SI): quando o determinante principal é igual a zero e os secundários diferentes de zero.

Veja que a divisão: é impossível, pois não há divisão por zero.

$$x = \frac{Dx}{D} = \frac{Dx}{0}$$

10. Sistema de Inequações Lineares

Um sistema de inequações, ou um grupo de **inequações simultâneas**, é um conjunto de inequações, de modo que a solução final deve satisfazer todas as desigualdades ao mesmo tempo.
O processo de resolução consiste basicamente de dois passos: resolver cada inequação separadamente e, ao final, tomar como solução do sistema, a intersecção das soluções encontradas em cada desigualdade.

Por exemplo, tomemos o sistema: $\begin{cases} 2x + 1 \geq 3 \\ x + 4 < 8 \end{cases}$

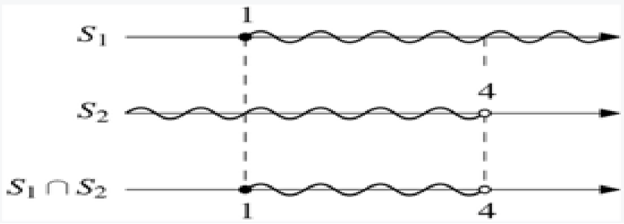
Ao resolver a seguinte inequação: $2x + 1 \geq 3 \Rightarrow 2x \geq 2 \Rightarrow x \geq 1$

Encontramos como solução o conjunto: $S_1 = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\}$

De modo similar, resolvendo-se a inequação: $x + 4 < 8 \Rightarrow x < 4$

O conjunto solução dela será: $S_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 4\}$

A fim de, então, obter a intersecção entre S_1 e S_2, fazemos uso do diagrama abaixo:



Portanto, o conjunto solução do sistema será: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x < 4\}$