

## IM014 – Frações Algébricas

1. Introdução .....	2
2. Simplificação de Frações Algébricas .....	3
3. Multiplicação e Dvisão de Frações Algébricas .....	4
4. Adição e Subtração de Frações Algébricas .....	6
5. Resolução de Equações com Frações Algébricas .....	7
6. Aplicações de Frações Algébricas .....	8

## 1. Introdução

As **frações algébricas** são expressões que representam a divisão de dois polinômios. Assim como as frações numéricas envolvem a divisão de números, as frações algébricas envolvem a divisão de expressões algébricas. São um conceito fundamental na álgebra e são usadas para simplificar e resolver equações que contêm variáveis.

### 1. Definição

Uma fração algébrica tem a forma:

$$\frac{P(x)}{Q(x)}$$

onde  $P(x)$  e  $Q(x)$  são polinômios e  $Q(x) \neq 0$ . O polinômio  $P(x)$  é chamado de numerador e  $Q(x)$  é chamado de denominador.

## 2. Simplificação de Frações Algébricas

### 2. Simplificação de Frações Algébricas

Para simplificar uma fração algébrica, você deve fatorar tanto o numerador quanto o denominador e cancelar os fatores comuns.

**Exemplo:**

Simplifique a fração algébrica:

$$\frac{6x^2 - 9x}{3x}$$

**Passo 1:** Fatorar o numerador:

$$6x^2 - 9x = 3x(2x - 3)$$

**Passo 2:** Substituir a fatoração na fração:

$$\frac{3x(2x - 3)}{3x}$$

**Passo 3:** Cancelar os fatores comuns:

$$\frac{3x(2x - 3)}{3x} = 2x - 3$$

### 3. Multiplicação e Divisão de Frações Algébricas

#### 3. Multiplicação e Divisão de Frações Algébricas

Para multiplicar e dividir frações algébricas, seguem-se os mesmos princípios que para frações numéricas.

**Multiplicação:**

Para multiplicar duas frações algébricas:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \times \frac{R(x)}{S(x)}$$

Multiplique os numeradores e os denominadores:

$$\frac{P(x) \cdot R(x)}{Q(x) \cdot S(x)}$$

**Exemplo:**

Multiplique:

$$\frac{x^2 - 1}{x + 1} \times \frac{x + 2}{x^2 - 4}$$

**Passo 1:** Fatorar as expressões:

$$\begin{aligned}x^2 - 1 &= (x - 1)(x + 1) \\x^2 - 4 &= (x - 2)(x + 2)\end{aligned}$$

**Passo 2:** Substituir as fatorações:

$$\frac{(x - 1)(x + 1)}{x + 1} \times \frac{x + 2}{(x - 2)(x + 2)}$$

**Passo 3:** Cancelamento de fatores comuns:

$$\frac{(x - 1)\cancel{(x + 1)}}{\cancel{(x + 1)}} \times \frac{\cancel{x + 2}}{(x - 2)\cancel{x + 2}} = \frac{x - 1}{x - 2}$$

**Divisão:**

Para dividir duas frações algébricas:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \div \frac{R(x)}{S(x)}$$

Multiplique pela fração inversa:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \times \frac{S(x)}{R(x)}$$

**Exemplo:**

Divida:

$$\frac{x^2 - 4}{x - 2} \div \frac{x + 1}{x^2 - 1}$$

**Passo 1:** Fatorar as expressões:

$$\begin{aligned}x^2 - 4 &= (x - 2)(x + 2) \\x^2 - 1 &= (x - 1)(x + 1)\end{aligned}$$

**Passo 2:** Substituir as fatorações e usar a inversa:

$$\frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} \times \frac{(x - 1)(x + 1)}{x + 1}$$

**Passo 3:** Cancelamento de fatores comuns:

$$\frac{\cancel{(x - 2)}(x + 2)}{\cancel{(x - 2)}} \times \frac{(x - 1)\cancel{(x + 1)}}{\cancel{x + 1}} = (x + 2)(x - 1)$$

## 4. Adição e Subtração de Frações Algébricas

### 4. Adição e Subtração de Frações Algébricas

Para somar ou subtrair frações algébricas, é necessário encontrar um denominador comum.

Exemplo:

Some:

$$\frac{x}{x^2 - 1} + \frac{1}{x + 1}$$

Passo 1: Fatorar denominadores:

$$x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$$

Passo 2: Encontrar o denominador comum e reescrever as frações:

$$\frac{x}{(x - 1)(x + 1)} + \frac{1 \cdot (x - 1)}{(x + 1)(x - 1)} = \frac{x + (x - 1)}{(x - 1)(x + 1)}$$

Passo 3: Simplificar a fração resultante:

$$\frac{2x - 1}{(x - 1)(x + 1)}$$

## 5. Resolução de Equações com Frações Algébricas

### 5. Resolução de Equações com Frações Algébricas

Para resolver equações que envolvem frações algébricas, o objetivo é eliminar as frações multiplicando ambos os lados da equação pelo denominador comum. Em seguida, resolva a equação resultante como faria com uma equação polinomial.

**Exemplo:**

Resolva:

$$\frac{2}{x-1} = \frac{3}{x+2}$$

**Passo 1:** Encontrar o denominador comum e multiplicar ambos os lados da equação por  $(x-1)(x+2)$ :

$$2(x+2) = 3(x-1)$$

**Passo 2:** Resolver a equação resultante:

$$\begin{aligned}2x + 4 &= 3x - 3 \\4 + 3 &= 3x - 2x \\x &= 7\end{aligned}$$

**Passo 3:** Verificar a solução substituindo  $x$  na equação original para garantir que não torne nenhum denominador zero.

## 6. Aplicações de Frações Algébricas

### 6. Aplicações de Frações Algébricas

As frações algébricas aparecem em muitos contextos matemáticos, incluindo:

- **Resolução de Equações:** Muitas vezes usadas para simplificar e resolver equações polinomiais.
- **Cálculo:** Em derivadas e integrais envolvendo funções racionais.
- **Funções Racionais:** Representação de funções em termos de polinômios.

Frações algébricas são uma ferramenta poderosa e versátil na álgebra e em muitas outras áreas da matemática.